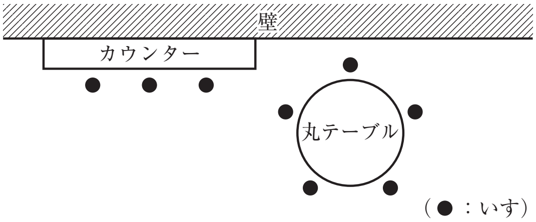
第４講　場合の数・確率(2)



1　あなたと友人合わせて８人でレストランに行き，最大５人まで着席できる壁際のカウンター（片側のみ横１列に着席できる長テーブル）１つと，最大６人まで円形に着席できる丸テーブル１つに分かれて着席することにした．ただし，カウンターと丸テーブルそれぞれの最大着席可能人数を超えないように人数を配分し，それぞれのテーブルを着席人数で等分するようにいすを配置するものとする．例えば，カウンターに３人，丸テーブルに５人着席するときのいすの配置は上図のようになる．

(1)　カウンターに着席するグループと，丸テーブルに着席するグループへの分け方について考える．カウンターに着席する人数が２人であるようなグループ分けの方法は何通りあるか．また，グループ分けの方法は全部で何通りあるか．

(2)　全員の着席位置について考える．ただし丸テーブルについては，回転して重ね合わせることができる配置は同じものとみなす．カウンターに着席する人数が２人であるような着席位置は何通りあるか．また，着席位置は全部で何通りあるか．

(3)　あなたがカウンターの一番左のいすに着席する場合は何通りあるか．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　赤球7個と白球5個をA，B，Cの3つの箱に入れる．

(1)　赤球7個だけを3つの箱に入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，球が入らない箱があってもよいものとする．

(2)　赤球7個と白球5個を3つの箱に入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，球が入らない箱があってもよいものとする．

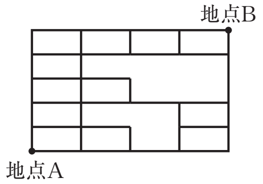
(3)　どの箱にも1個以上の球を入れるとき，赤球7個と白球5個を3つの箱へ入れるような入れ方は何通りあるか．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

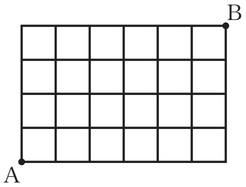
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 [1]　右図において，地点Ａから地点Ｂへの最短経路の総数を求めよ．



[2]　右のような道路の図において，最も小さい正方形の１辺の長さは１ｍであるとする．



(1)　Ａ地点からＢ地点まで最短距離で行く経路のうち，その経路に含まれる最も長い直線路の長さが５ｍ以上であるものは何通りあるかを求めよ．

(2)　Ａ地点からＢ地点まで最短距離で行く経路のうち，その経路に含まれる最も長い直線路の長さが４ｍ以上であるものは何通りあるかを求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講　場合の数・確率(2)

[1]　8名のクラスのうち，3名が男子学生，5名が女子学生とする．グループ研究を課すことになり，クラスを3つのグループに分けるとする．ただし，それぞれのグループの人数は2人以上，4人以下とする．

(1)　学生の性別に関係なくグループ分けをする方法は **アイウ** 通りある．

(2)　男子学生のみ，あるいは女子学生のみで構成されるグループを含まないグループ分けの方法は **エオカ** 通りある．

[2]　7本の異なる映画を4回上映する場合を考える．ただし，1回の上映に1本の映画を上映し，上映する順番は区別しないこととする．

(1)　同じ映画が複数回上映されない場合，上映する場合の数は **キク** 通りある．

(2)　同じ映画を複数回上映してもよい場合，上映する場合の数は **ケコサ** 通りある．

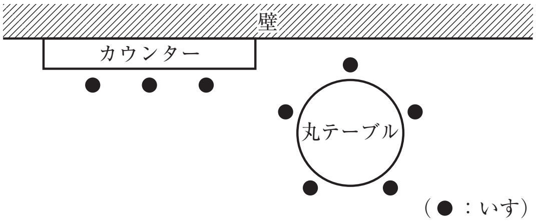
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講　場合の数・確率(2)

1　あなたと友人合わせて８人でレストランに行き，最大５人まで着席できる壁際のカウンター（片側のみ横１列に着席できる長テーブル）１つと，最大６人まで円形に着席できる丸テーブル１つに分かれて着席することにした．ただし，カウンターと丸テーブルそれぞれの最大着席可能人数を超えないように人数を配分し，それぞれのテーブルを着席人数で等分するようにいすを配置するものとする．例えば，カウンターに３人，丸テーブルに５人着席するときのいすの配置は上図のようになる．



(1)　カウンターに着席するグループと，丸テーブルに着席するグループへの分け方について考える．カウンターに着席する人数が２人であるようなグループ分けの方法は何通りあるか．また，グループ分けの方法は全部で何通りあるか．

(2)　全員の着席位置について考える．ただし丸テーブルについては，回転して重ね合わせることができる配置は同じものとみなす．カウンターに着席する人数が２人であるような着席位置は何通りあるか．また，着席位置は全部で何通りあるか．

(3)　あなたがカウンターの一番左のいすに着席する場合は何通りあるか．

(1)　カウンターに着席する２人の選び方は　${}_8C_2=\mathbf{28}$ **（通り）**　このとき丸テーブルに座る６人も決まる．

カウンターに着席することができる人数は２人，３人，４人，５人より，同様に考えるとグループ分けの総数は　$28+{}_8C_3+{}_8C_4+{}_8C_5=28+56+70+56=\mathbf{210}$ **（通り）**

(2)　カウンターに着席する人数が２人のとき，カウンターおよび丸テーブルの着席位置の決め方は　${}_8C_2\cdot 2!\times 5!=56\times 120=\mathbf{6720}$ **（通り）**

着席位置の総数は　$6720+({}_8C_3\cdot 3!\times 4!)+({}_8C_4\cdot 4!\times 3!)+({}_8C_5\cdot 5!\times 2!)$

$=6720+8064+10080+13440=\mathbf{38304}$ **（通り）**

(3)　あなたがカウンターの一番左のいすに着席するときを n 通りとすると，他の７人がカウンターの一番左のいすに着席する方法もそれぞれ n 通りである．

したがって　$8n=38304$　より　$n=\mathbf{4788}$ **（通り）**

2　赤球７個と白球５個をＡ，Ｂ，Ｃの３つの箱に入れる．

(1)　赤球７個だけを３つの箱に入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，球が入らない箱があってもよいものとする．

(2)　赤球７個と白球５個を３つの箱に入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，球が入らない箱があってもよいものとする．

(3)　どの箱にも１個以上の球を入れるとき，赤球７個と白球５個を３つの箱へ入れるような入れ方は何通りあるか．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(1)　赤球７個の個数の分け方の組み合わせは

(7，0，0)，(6，1，0)，(5，2，0)，(5，1，1)，(4，3，0)，(4，2，1)，(3，3，1)，(3，2，2)

(7，0，0)，(5，1，1)，(3，3，1)，(3，2，2) のとき，個数に対応する箱の決め方がそれぞれ $\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）

(6，1，0)，(5，2，0)，(4，3，0)，(4，2，1) のとき，箱の決め方がそれぞれ　$3!=6$（通り）

よって，求める場合の数は　$4\cdot3+4\cdot6=$ **36（通り）**

【別解】　求める赤球の入れ方の総数は，赤球７個と仕切り２本の順列の総数に等しい．

よって，求める場合の数は　$\dfrac{9!}{7!2!}={}_9C_2=$ **36（通り）**

(2)　(1)の赤球の入れ方のそれぞれに対し，白球５個の入れ方が　$\dfrac{7!}{5!2!}={}_7C_2=21$（通り）ある．よって，求める場合の数は　$36\times21=$ **756（通り）**

(3)　空箱ができるときを考える．

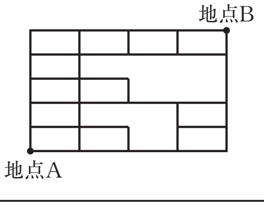
空箱が２個できるのは，箱Ａ，Ｂ，Ｃのいずれか１つにすべての球が入るときで３通り．

空箱が１個のみできるとき，その空箱がどれであるかで３通り，残りの２つの箱に赤球７個，白球５個を空箱ができないように入れる方法は　$\dfrac{8!}{7!1!}\times\dfrac{6!}{5!1!}-2=46$（通り）

よって　$3\cdot46=138$（通り）

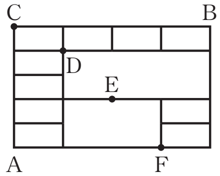
したがって，求める場合の数は　$756-(3+138)=$ **615（通り）**

3　［1］　右図において，地点Ａから地点Ｂへの最短経路の総数を求めよ．



最短経路をたどるとき，通ることのできる路は右図．

さらに最短経路は右図のＣ，Ｄ，Ｅ，Ｆの点のいずれかを通る場合であり，それですべてである．



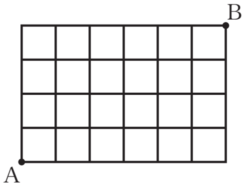
それぞれの経路の数は

$1\cdot1=1$，${}_5C_1\cdot{}_4C_1=20$，${}_3C_1\cdot1\cdot1=3$，$1\cdot{}_3C_1\cdot1=3$

よって，求める総数は　$1+20+3+3=$ **27（本）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

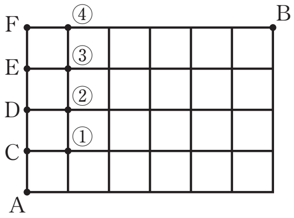
3 [2]　右のような道路の図において，最も小さい正方形の1辺の長さは1 m であるとする．



(1)　A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路のうち，その経路に含まれる最も長い直線路の長さが5 m 以上であるものは何通りあるかを求めよ．

(2)　A 地点から B 地点まで最短距離で行く経路のうち，その経路に含まれる最も長い直線路の長さが4 m 以上であるものは何通りあるかを求めよ．

(1)　右図において A から右に 5 進んでから B に進む場合の数は



$_5C_1=5$（通り）

A から C に進み，右に 5 進んで B に進む場合は

$_4C_1=4$（通り）

A から D に進み，右に 5 進んで B に進む場合は

$_3C_1=3$（通り）

A から E に進み，右に 5 進んで B に進む場合は　$_2C_1=2$（通り）

A から F に進み，右に 5 進んで B に進む場合は　$_1C_1=1$（通り）

ここまでで合計 15 通り．

また，条件を満たして B から A に同様に進む場合を考えると 15 通りある．

この 30 通りのうち，同じ経路は直線路を 6 m 進むときで，5 通りある．

したがって求める場合の数は　$30-5=$**25（通り）**

(2)　(1)の図において

A から右に 4 進んでから B に進む場合の数は　$_6C_2=15$（通り）

A から C に進み，右に 4 進んで B に進む場合は　$_5C_2=10$（通り）

A から D に進み，右に 4 進んで B に進む場合は　$_4C_2=6$（通り）

A から E に進み，右に 4 進んで B に進む場合は　$_3C_2=3$（通り）

A から F に進み，B に進む場合は　$_2C_2=1$（通り）

ここまでで 35 通り．条件を満たして B から A に同様に進む場合も 35 通り．

この 70 通りのうち，同じ経路は直線路を 6 m 進むときの 5 通り．よって　65 通り．

また，(1)の図において

A から C を通らず①に進み（1 通り），右に 4 進んで B に進む場合は　$1\times3=3$（通り）

A から C－D を通らず②に進み（2 通り），右に 4 進んで B に進む場合は

$2\times2=4$（通り）

A から C－D－E を通らず③に進み（3 通り），右に 4 進んで B に進む場合は

$3\times1=3$（通り）

さらに，右に 3，上に 4，右に 3 進む場合が 1 通り．

以上より，求める場合の数は　**76 通り**．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

【別解】

(1)　最も長い直線路が 5 m 以上であるのは，右の図 1，図 2 の経路のみである．

このとき A から B まで進む場合の数は，↑4 つと →1 つと ⟶1 つのあわせて 6 つの矢印を 1 列に並べる並べ方の総数に一致する．つまり

$${}_6C_2=\frac{6!}{4!2!}=15\ (通り)$$

ここで最も長い直線路が 6 m である経路は 5 通りあり，図 1，図 2 のどちらにも含まれるので，

求める場合の数は　15×2−5＝**25（通り）**

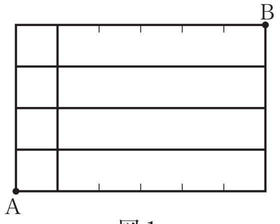


図 1

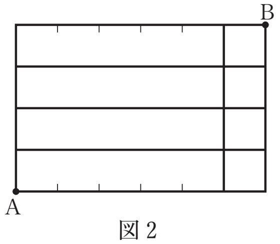


図 2

(2)　最も長い直線路が 4 m 以上であるのは，右の図 3〜図 6 の経路のみである．

図 3，図 4 の経路で A から B まで進む場合の数は，↑4 つと →2 つと ⟶1 つのあわせて 7 つの矢印を 1 列に並べる並べ方の総数に一致する．つまり

$${}_7C_3=\frac{7!}{4!3!}=35\ (通り)$$

このうち最も長い直線路が 6 m である経路は，(1)より図 3，図 4 に共通して 5 通りあり，最も長い直線路が 5 m の経路は図 3 と図 4 では重複しないので，図 3，図 4 の場合の数は

35×2−5＝65（通り）

図 5 の経路で A から B まで進む場合の数は，↑4 つと →2 つと ⟶1 つのあわせて 7 つの矢印を 1 列に並べる並べ方の総数に一致するので，${}_7C_3=\frac{7!}{4!3!}=35$（通り）

このうち最も長い直線路が 5 m 以上のものは図 3，図 4 にも含まれ，その総数は(1)より 25 通りであるので，図 5 で最も長い直線路が 4 m である場合の数は　35−25＝10（通り）

図 6 の経路で A から B まで進む場合の数は 1 通り．

以上より，求める場合の数は　65＋10＋1＝**76（通り）**

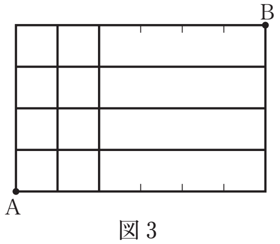


図 3

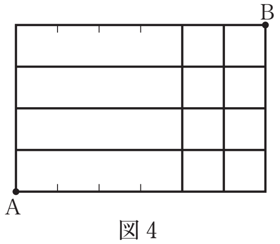


図 4

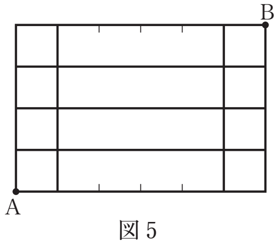


図 5

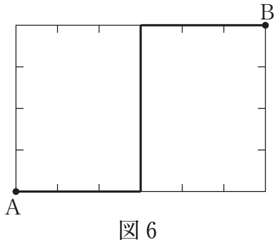


図 6

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　場合の数・確率(2)

[1]　8名のクラスのうち，3名が男子学生，5名が女子学生とする．グループ研究を課すことになり，クラスを3つのグループに分けるとする．ただし，それぞれのグループの人数は2人以上，4人以下とする．

(1)　学生の性別に関係なくグループ分けをする方法は **アイウ** 通りある．

(2)　男子学生のみ，あるいは女子学生のみで構成されるグループを含まないグループ分けの方法は **エオカ** 通りある．

(1)　8人の学生を性別に関係なく3つのグループに分けるとき，その人数の組合せは $(4,\ 2,\ 2)$ または $(3,\ 3,\ 2)$ である．分け方はそれぞれ

$$\frac{{}_8C_2\cdot{}_6C_2}{2}=210\ (\text{通り}),\quad \frac{{}_8C_3\cdot{}_5C_3}{2}=280\ (\text{通り})$$

よって，求める分け方の総数は　$210+280=\mathbf{490}$（通り）

(2)　3グループに分けるとき，男子は3人であるので，女子だけのグループができないようにするためには男子が3グループに1人ずつ入る必要がある．男子が1人ずつ入ることで3グループは区別される（グループA，B，Cとする）．そのグループの各々に女子が少なくとも1人入ればよい．女子のグループ分けは　$3^5=243$（通り）ある．ここで次のものを考える．

女子5人が全員同じグループに入るとき，どのグループに入るかで　3通り

女子が2つのグループに分かれて入るとき，どの2グループに入るかで　${}_3C_2=3$（通り）

女子がその2グループに分かれる方法が　$2^5-2=30$（通り）

よって　$3\times30=90$（通り）

よって，求める分け方の総数は　$243-(3+90)=\mathbf{150}$（通り）

[2]　7本の異なる映画を4回上映する場合を考える．ただし，1回の上映に1本の映画を上映し，上映する順番は区別しないこととする．

(1)　同じ映画が複数回上映されない場合，上映する場合の数は **キク** 通りある．

(2)　同じ映画を複数回上映してもよい場合，上映する場合の数は **ケコサ** 通りある．

(1)　${}_7C_4=\mathbf{35}$（通り）

(2)　4回とも同じ映画を上映する場合は　7通り．

4回の上映で2本の異なる映画を上映するとき，その映画の選び方が　${}_7C_2=21$（通り）

それぞれの映画を3回と1回上映する場合は，どちらが1回かで2通り，2回ずつ上映する場合は1通り．よって2本の映画を上映する場合は　$21\times3=63$（通り）

3本の映画を上映するときは，それらを2回，1回，1回上映するときのみ．よってその場合の数は　${}_7C_3\times3=105$（通り）

4本の映画を上映する場合は，(1)より35通り．

以上より，求める場合の数は　$7+63+105+35=\mathbf{210}$（通り）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。